

**Untersuchungen über das
Spar-, Giro- und Kreditwesen**

Abteilung A: Wirtschaftswissenschaft

Begründet von Fritz Voigt

Herausgegeben von

G. Ashauer, W. Ehrlicher, H.-J. Krümmel, F. Voigt

Band 147

**Arbitrage-theoretische
Bewertung von Index-Anleihen**

Von

Dr. Thomas Ebertz



Duncker & Humblot · Berlin

THOMAS EBERTZ

Arbitrage-theoretische Bewertung von Index-Anleihen

**Untersuchungen über das
Spar-, Giro- und Kreditwesen**

Abteilung A: Wirtschaftswissenschaft

Herausgegeben von

G. Ashauer, W. Ehrlicher, H.-J. Krümmel, F. Voigt

Band 147

Arbitrage-theoretische Bewertung von Index-Anleihen

Von

Dr. Thomas Ebertz



Duncker & Humblot · Berlin

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Ebertz, Thomas:

Arbitragetheoretische Bewertung von Index-Anleihen / von

Thomas Ebertz. – Berlin : Duncker und Humblot, 1992

(Untersuchungen über das Spar-, Giro- und Kreditwesen : Abt. A,
Wirtschaftswissenschaft ; Bd. 147)

Zagl.: Bonn, Univ., Diss., 1991

ISBN 3-428-07413-0

NE: Untersuchungen über das Spar-, Giro- und Kreditwesen / A

Alle Rechte vorbehalten

© 1992 Duncker & Humblot GmbH, Berlin 41

Satz: Hagedornsatz, Berlin 46

Druck: Druckerei Gerike GmbH, Berlin 36

Printed in Germany

ISSN 0720-7336

ISBN 3-428-07413-0

Meinen Eltern

Vorwort

In den letzten Jahren sind an den nationalen und internationalen Finanzmärkten zahlreiche Anleihen kreiert worden, die dem Gläubiger oder dem Schuldner ein nicht abtrennbares Optionsrecht (embedded option) verbrieft. Beispiele für diese Anleihen sind Anleihen mit Währungswahlrechten, Anleihen mit Wandlungsrechten, variabel verzinsliche Anleihen mit Zinsbegrenzung und Index-Anleihen.

Eine Anleihe mit embedded option ist gedanklich separierbar in einen straight bond und das Optionsrecht. Das Hauptmotiv für die Emission einer Anleihe mit embedded option ist, die Finanzierungskosten ceteris paribus unter die straight bond-Rendite zu drücken. Die günstigere Finanzierung gelingt, wenn der Emittent für das dem Gläubiger gewährte Optionsrecht einen höheren Preis erzielt als er selbst am regulären Optionsmarkt dafür zahlt oder wenn er das vom Gläubiger erworbene Optionsrecht zu einem höheren Preis weiterverkaufen kann.

Für das Verhalten der Investoren, eine embedded option zu einem überhöhten Preis zu kaufen bzw. zu billig zu verkaufen, gibt es zwei plausible Erklärungen. Die eine Erklärung ist, daß den Investoren der Zugang zum regulären Optionsmarkt versperrt ist. Die andere, daß die Investoren nicht imstande sind, das Optionsrecht in der Anleihe zu erkennen oder es korrekt zu bepreisen.

Die vorliegende Arbeit zeigt die embedded options in Index-Anleihen auf und bewertet diese. Sie geht dabei über die in der Literatur vorhandenen, allesamt speziellen Ansätze zu Waren-Index-Anleihen, zu Wechselkurs-Index-Anleihen und zu Aktienkursindex-Anleihen hinaus und formuliert einen umfassenden Bewertungsansatz für alle Typen von Index-Anleihen, unabhängig davon, welches Basisobjekt Referenzgröße ist.

Thomas Ebertz

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen	1
1.1. Zum Begriff „Index-Anleihe“	1
1.2. Formen von Index-Anleihen	2
2. Bewertungskonzept	8
2.1. Arbitrageformen und Arbitragefreiheit	10
2.2. Formale Analyse der Arbitragefreiheit	13
2.3. Statische und dynamische Duplizierung derivativer Finanztitel	22
3. Bewertung von indexgebundenen Zahlungen durch statische Duplizierung	24
3.1. Indexgebundene Tilgungszahlung mit unbegrenztem Bindungsbereich	25
3.2. Indexgebundene Tilgungszahlung mit einseitig begrenztem Bindungsbereich	39
3.2.1. Bull-Teilschuldverschreibung mit minimalem Rückzahlungskurs	47
3.2.2. Bear-Teilschuldverschreibung mit minimalem Rückzahlungskurs ...	51
3.2.3. Bull-Teilschuldverschreibung mit maximalem Rückzahlungskurs ...	56
3.3. Indexgebundene Tilgungszahlung mit beidseitig begrenztem Bindungsbereich	60
3.3.1. Bull-Teilschuldverschreibung mit minimalem und maximalem Rückzahlungskurs	66
3.3.2. Bear-Teilschuldverschreibung mit minimalem und maximalem Rückzahlungskurs	71
3.4. Verallgemeinerung des statischen Bewertungsansatzes auf beliebig indexgebundene Zahlungen	76
4. Bewertung von indexgebundenen Zahlungen durch dynamische Duplizierung ...	80
4.1. Zeitdiskrete dynamische Duplizierung	81
4.2. Zeitstetige dynamische Duplizierung	86

5. <i>Synthese der statischen und der dynamischen Bewertung von indexgebundenen Zahlungen</i>	90
5.1. Statische und zeitdiskrete dynamische Bewertung	90
5.2. Statische und zeitstetige dynamische Bewertung	92
5.3. Bemerkungen zur statischen und zur dynamischen Bewertung in der Praxis	93
6. <i>Exemplarische Bewertung der FAZ-Index-Anleihe der Deutsche Bank Finance N.V., Curacao</i>	96
6.1. Ausstattung der FAZ-Index-Anleihe	96
6.2. Duplizierung der Bull- und Bear-Teilschuldverschreibungen	101
6.3. Bewertung der FAZ-Indexoptionen	104
6.4. Theoretische Werte und Marktpreise der Bull- und Bear-Teilschuldverschreibung	110
<i>Literaturverzeichnis</i>	121
<i>Anhang</i>	126
<i>Symbolverzeichnis</i>	132

Tabellenverzeichnis

Tab. 1: Ausstattungsmerkmale von Teilschuldverschreibungen und einige ihrer möglichen Ausprägungen	2
Tab. 2: Aus- und Einzahlungsströme von m Finanztiteln in n Ereignissen ...	13
Tab. 3: Aus- und Einzahlungsstrom der Schuldverschreibung und der Devisen ($k=1,2$)	16
Tab. 4: Aus- und Einzahlungsstrom der Wechselkurs-Index-Anleihe ($k=1,2$)	17
Tab. 5: Aus- und Einzahlungsstrom der Schuldverschreibung und der Devisen ($k=1,2,3$)	19
Tab. 6: Aus- und Einzahlungsstrom der Wechselkurs-Index-Anleihe ($k=1,2,3$)	20
Tab. 7: Aus- und Einzahlungsstrom der Aktie ($k=1,2,3$)	21
Tab. 8: Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Wechselkurs-Index-Anleihe ($RZ = TZ$)	34
Tab. 9: Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Wechselkurs-Index-Anleihe ($RZ < TZ$)	35
Tab. 10: Zulässige Parameterkonstellationen für die Rückzahlungsformeln von Teilschuldverschreibungen mit minimalem oder maximalem Rückzahlungskurs	39
Tab. 11: Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Anleihekurs-Index-Anleihe „Mitsui and Company 1986/89“	51
Tab. 12: Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Bear-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Deutsche Bank 1986/91“	53
Tab. 13: Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Bull-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Deutsche Bank 1986/91“	60
Tab. 14: Zulässige Parameterkonstellationen für die Rückzahlungsformeln von Teilschuldverschreibungen mit minimalem und maximalem Rückzahlungskurs	61
Tab. 15: Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Bull-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Eurofima 1986/94“	68

Tab. 16:	Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Bear-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Eurofima 1986/94“	74
Tab. 17:	Zulässige Parameterkonstellationen für die Zahlungsformeln von indexgebundenen Zahlungen der vier Grundtypen	76
Tab. 18:	Duplizierungsportefeuille für eine indexgebundene Zahlung mit unbegrenztem Bindungsbereich	77
Tab. 19:	Duplizierungsportefeuille für eine indexgebundene Zahlung mit einseitig, nach untern begrenztem Bindungsbereich	78
Tab. 20:	Duplizierungsportefeuille für eine indexgebundene Zahlung mit einseitig, nach oben begrenztem Bindungsbereich	78
Tab. 21:	Duplizierungsportefeuille für eine indexgebundene Zahlung mit beidseitig begrenztem Bindungsbereich	79
Tab. 22:	Zahlungsformeln für indexgebundene Zahlungen der vier Grundtypen	85
Tab. 23:	Zahlungsformeln für indexgebundene Zahlungen der vier Grundtypen, transformiert auf den Zeitpunkt RZ	86
Tab. 24:	Duplizierungsportefeuilles für die Tilgungszahlungen der Bull- und der Bear-Teilschuldverschreibung	102
Tab. 25:	Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Bull-Teilschuldverschreibung der FAZ-Index-Anleihe	103
Tab. 26:	Szenarioanalyse des Rückzahlungskurses der Bear-Teilschuldverschreibung der FAZ-Index-Anleihe	104
Tab. 27:	Kalkulationszinsfüße und Marktpreise der Nullkuponanleihen im Duplizierungsportefeuille	112
Tab. 28:	Daten der Eingabeparameter und theoretischer Wert des Merton-Modells für die Verkaufsoption im Duplizierungsportefeuille	114
Tab. 29:	Anzahl der Finanztitel im Duplizierungsportefeuille für die Bull-Teilschuldverschreibung	115
Tab. 30:	Anzahl der Finanztitel im Duplizierungsportefeuille für die Bear-Teilschuldverschreibung	116

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Rückzahlungsfunktion einer Teilschuldverschreibung des Yen-linked bond der IBM Credit Corporation	4
Abb. 2: Rückzahlungsfunktion jeweils einer Teilschuldverschreibung der beiden Tranchen des bond price-linked bond der Banque Paribas	6
Abb. 3: Rückzahlungsfunktion einer Bull-Teilschuldverschreibung mit unbegrenztem Bindungsbereich	27
Abb. 4: Zahlungsfunktion eines Terminkaufs von m Einheiten des Referenzobjektes	28
Abb. 5: Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles als Summenfunktion der auf den Tilgungszeitpunkt aufgezinnten Zahlungsfunktion des Terminkaufs und der Rückzahlungsfunktion der Nullkuponanleihe	31
Abb. 6: Rückzahlungsfunktion der Teilschuldverschreibung der Wechselkurs-Index-Anleihe	32
Abb. 7: Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles als Summenfunktion der Zahlungsfunktion des Terminkaufs und der Rückzahlungsfunktion der Nullkuponanleihe	33
Abb. 8: Zahlungsfunktion des Terminkaufs	36
Abb. 9: Zahlungsfunktion des Terminkaufs, aufgezinst auf den Tilgungszeitpunkt TZ	37
Abb. 10: Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles als Summenfunktion der auf den Tilgungszeitpunkt aufgezinnten Zahlungsfunktion des Terminkaufs und der Rückzahlungsfunktion der Nullkuponanleihe	38
Abb. 11: Rückzahlungsfunktion einer Bull-Teilschuldverschreibung mit minimalem Rückzahlungskurs	40
Abb. 12: Rückzahlungsfunktion einer Bear-Teilschuldverschreibung mit minimalem Rückzahlungskurs	41
Abb. 13: Rückzahlungsfunktion einer Bull-Teilschuldverschreibung mit maximalem Rückzahlungskurs	43

Abb. 14:	Rückzahlungsfunktion einer Bull-Teilschuldverschreibung mit minimalem Rückzahlungskurs sowie Zahlungsfunktion einer Kaufposition in einer Kaufoption auf m Einheiten des Referenzobjektes	44
Abb. 15:	Rückzahlungsfunktion einer Bear-Teilschuldverschreibung mit minimalem Rückzahlungskurs und Zahlungsfunktion einer Kaufposition in einer Verkaufsoption auf m Einheiten des Referenzobjektes	45
Abb. 16:	Rückzahlungsfunktion einer Bull-Teilschuldverschreibung mit maximalem Rückzahlungskurs sowie Zahlungsfunktion einer Verkaufsposition in einer Verkaufsoption auf m Einheiten des Referenzobjektes	46
Abb. 17:	Rückzahlungsfunktion der Bull-Teilschuldverschreibung der Anleihekurs-Index-Anleihe „Mitsui and Company 1986/89“	49
Abb. 18:	Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles (hier Zahlungsfunktion der Kaufposition in der Kaufoption)	50
Abb. 19:	Rückzahlungsfunktion der Bear-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Deutsche Bank 1986/91“	54
Abb. 20:	Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles (hier Zahlungsfunktion der Kaufposition in der Verkaufsoption)	55
Abb. 21:	Rückzahlungsfunktion der Bull-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Deutsche Bank 1986/91“	58
Abb. 22:	Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles als Summenfunktion der Zahlungsfunktion der Verkaufsposition in der Verkaufsoption und der Rückzahlungsfunktion der Nullkuponanleihe	59
Abb. 23:	Rückzahlungsfunktion einer Bull-Teilschuldverschreibung mit minimalem und maximalem Rückzahlungskurs	62
Abb. 24:	Rückzahlungsfunktion einer Bear-Teilschuldverschreibung mit minimalem und maximalem Rückzahlungskurs	63
Abb. 25:	Zahlungsfunktion eines call-bull-price-spread in m Einheiten des Referenzobjektes	64
Abb. 26:	Zahlungsfunktion eines put-bear-price-spread in m Einheiten des Referenzobjektes	65
Abb. 27:	Rückzahlungsfunktion der Bull-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Eurofima 1986/94“	69
Abb. 28:	Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles als Summenfunktion der auf TZ aufgezinnten Zahlungsfunktion des call-bull-price-spread und der Rückzahlungsfunktion der Nullkuponanleihe ...	70

Abb. 29:	Rückzahlungsfunktion der Bear-Teilschuldverschreibung der Aktienkursindex-Anleihe „Eurofima 1986/94“	73
Abb. 30:	Gesamtauszahlungsfunktion des Duplizierungsportefeuilles als Summenfunktion der auf TZ aufgezinsten Zahlungsfunktion des put-bear-price-spread und der Rückzahlungsfunktion der Nullkuponanleihe ...	75
Abb. 31:	Logarithmierte Entwicklung des FAZ-Index und der hypothetischen Tilgungsbeträge einer Bull- und einer Bear-Teilschuldverschreibung	98
Abb. 32:	Hypothetische Tilgungsbeträge einer Bull- und einer Bear-Teilschuldverschreibung und ihr zusammengefaßter Wert	99
Abb. 33:	Marktpreise und Marktwerte der Gesamtschuldverschreibung (in Mio DM)	100
Abb. 34:	Marktpreise und Marktwerte der Bull-Teilschuldverschreibung	117
Abb. 35:	Marktpreise und Marktwerte der Bear-Teilschuldverschreibung	118
Abb. 36:	Prozentuale Abweichung des Marktwertes vom Marktpreis der Bull-Teilschuldverschreibung	119
Abb. 37:	Prozentuale Abweichung des Marktwertes vom Marktpreis der Bear-Teilschuldverschreibung	120

1. Grundlagen

1.1. Zum Begriff „Index-Anleihe“

Eine Anleihe ist ein Gelddarlehen, das der Anleihenehmer (Schuldner) in runden Teilbeträgen bei einer Vielzahl von Darlehensgebern (Gläubigern) gegen Hingabe von zumeist gleichartigen Teilschuldverschreibungen aufnimmt¹. Die Teilschuldverschreibungen verbrieften den Gläubigern die versprochene Gegenleistung des Schuldners. Die Gegenleistung besteht regelmäßig in der Rückzahlung und der Verzinsung der aufgenommenen Gelder.

Die Teilschuldverschreibungen einer Anleihe sind charakterisiert durch eine Reihe von Ausstattungsmerkmalen. Die wesentlichen Ausstattungsmerkmale und einige ihrer möglichen Ausprägungen faßt Tabelle 1 zusammen.

Index-Anleihen sind Anleihen, bei denen die Zinszahlungsbeträge und/oder die Rückzahlungsbeträge der Teilschuldverschreibungen von der Entwicklung einer bestimmten Referenzgröße abhängen². Die Ausprägung der anderen Ausstattungsmerkmale der Teilschuldverschreibungen, wie Einzahlungsmodus, Laufzeit, Zusatzrechte, Besicherung und Handelbarkeit, ist für diese Charakterisierung ohne Bedeutung. Die vorliegende Arbeit bewertet deshalb nur solche Index-Anleihen, die bis auf den Zinszahlungs- und/oder den Rückzahlungsmodus die (in Tabelle 1 unterstrichenen) „normalen“ Merkmalsausprägungen aufweisen. Sie spielen in der Praxis eine dominierende Rolle.

¹ Zum Wesen des Darlehens vgl. §§ 607ff. BGB.

² Die deutschsprachige Literatur bezeichnet Index-Anleihen häufig auch als indexgebundene Anleihen. Vgl. z. B. Deutsche Bank (1990). Im angelsächsischen Sprachraum spricht man von linked bonds. Vgl. Mason (1986). S. 45ff.

Tab. 1: Ausstattungsmerkmale von Teilschuldverschreibungen und einige ihrer möglichen Ausprägungen

Ausstattungsmerkmal	Ausprägung
Einzahlungsmodus	- <u>Emissionskurs zu pari</u> / unter pari / über pari - <u>Voll-</u> / <u>Teileinzahlung</u> - <u>Einzahlung in Heimat-</u> / <u>Fremdwährung des Gläubigers</u>
Verzinsungsmodus	- <u>mit</u> / <u>ohne Zinszahlungen</u> - <u>Zinszahlungen in Heimat-</u> / <u>Fremdwährung des Gläubigers</u> - <u>fester</u> / <u>variabler Nominalzins</u> - <u>vorschüssige</u> / <u>nachschüssige Zinszahlungen</u>
Rückzahlungsmodus	- <u>mit</u> / <u>ohne Rückzahlung</u> - <u>endfällig</u> / <u>teilmäßig</u> (Ratentilgung) - <u>Rückzahlung in Heimat-</u> / <u>Fremdwährung des Gläubigers</u> - <u>fester</u> / <u>variabler Rückzahlungskurs</u>
Laufzeit	- <u>fest</u> / <u>variabel</u> - <u>begrenzt</u> / <u>unbegrenzt</u>
Zusatzrechte	- <u>mit</u> / <u>ohne Wandlungsrecht für Gläubiger</u> - <u>mit</u> / <u>ohne Kündigungsrecht für Gläubiger und/oder Schuldner</u> - <u>mit</u> / <u>ohne Optionsschein³⁾ für Gläubiger</u>
Besicherung	- <u>normalrangig</u> / <u>nachrangig</u>
Handelbarkeit	- <u>Inhaber-</u> / <u>Order-</u> / <u>Namenspapier</u> - <u>börsennotiert</u> / <u>nicht börsennotiert</u> - <u>privat</u> / <u>öffentlich plaziert</u>

1.2. Formen von Index-Anleihen

Index-Anleihen sind differenzierbar nach der *Art der Referenzgröße*, an die die Zinszahlungs- und/oder Rückzahlungsbeträge der Teilschuldverschreibungen angebunden sind, und nach *Art, Dauer und Stärke dieser Bindung*⁴.

Zu den am häufigsten verwendeten *Referenzgrößen* bei Index-Anleihen zählen Wechselkurse (currency- oder forex-linked bonds) und Aktienkursindizes (share index- oder stock index-linked bonds)⁵. Seltener finden sich

³ Ein Optionsschein verbrieft das Recht, zu bestimmten Bedingungen eine Aktie, eine Anleihe, einen bestimmten Devisenbetrag oder ein anderes Basisobjekt zu kaufen oder zu verkaufen.

⁴ Vgl. Demuth (1988), S. 57ff. und Mella (1986a).

Bindungen an den Kurs einer bestimmten Anleihe (bond price-linked bonds), an den Goldpreis (gold price-linked bonds), an eine Inflationsrate (index-linked bonds) oder an Warenpreise (commodity price-linked bonds).

Beispiel: IBM Credit Corporation, Yen-linked bond⁶

Der Yen-linked bond der IBM Credit Corporation ist eine 10,75%-US-\$-Festsatzanleihe, deren Rückzahlungsbetrag von dem im Tilgungszeitpunkt geltenden Yen/US-\$-Wechselkurs abhängt. Die Formel für die Bestimmung des Rückzahlungskurses⁷ einer Teilschuldverschreibung lautet:

$$R_{TZ} = \begin{cases} 0, & \text{falls } WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}} < 84,5 \\ 100 + (100 \cdot WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}} - 16900) / WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}}, & \text{falls } WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}} \geq 84,5 \end{cases}$$

mit R_{TZ} Rückzahlungskurs
 TZ Tilgungszeitpunkt (Verfalltag)
 $WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}}$ Wechselkurs Yen/US-\$ in TZ

Anders ausgedrückt:

$$R_{TZ} = \max [0; 100 + (100 \cdot WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}} - 16900) / WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}}]$$

$$R_{TZ} = \max [0; 200 - 16900 \cdot WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}}]$$

mit $WK_{TZ}^{\$/\text{Yen}}$ Wechselkurs US-\$/Yen in TZ

Abbildung 1 stellt die Rückzahlungsfunktion graphisch dar.

Die *Art der Bindung* der Zahlungsbeträge an die Referenzgröße legt fest, in welchem Wertebereich der Referenzgröße die Zahlungsbeträge veränderlich sind. Sie bestimmt darüber hinaus, welches Vorzeichen diese Bindung charakterisiert.

⁵ Aktienkursindex-Anleihen sind vor allem in Japan verbreitet. Bis Ende September 1990 wurden nach Angaben von Jackel (1990), S. 615, rund zweihundert öffentliche Emissionen dieser Art begeben.

⁶ Vgl. Mason (1986), S. 45f.

⁷ Die Begriffe „Rückzahlungsbetrag“, „Tilgungsbetrag“ und „Rückzahlungskurs“ verwenden wir in der vorliegenden Arbeit synonym. Die Identität des in Geldeinheiten ausgedrückten Rückzahlungsbetrages bzw. Tilgungsbetrages mit dem in Prozent vom Nennwert ausgedrückten Rückzahlungskurs erreichen wir dadurch, daß wir für jede Teilschuldverschreibung einer Index-Anleihe einen Nennwert von einhundert Geldeinheiten unterstellen. Die Normierung des Nennwertes ermöglicht eine bessere Vergleichbarkeit der Teilschuldverschreibungen von Index-Anleihen.