

Volkswirtschaftliche Schriften

Heft 370

Steuergerechtigkeit
Eine entscheidungstheoretische
Interpretation

Von

Dr. Klaus Walzer



DUNCKER & HUMBLLOT / BERLIN

KLAUS WALZER

Steuergerechtigkeit

Eine entscheidungstheoretische Interpretation

Volkswirtschaftliche Schriften

Begründet von Prof. Dr. Dr. h. c. J. Broermann

Heft 370

Steuergerechtigkeit
Eine entscheidungstheoretische
Interpretation

Von

Dr. Klaus Walzer



DUNCKER & HUMBLLOT / BERLIN

Gedruckt mit Hilfe der Ernst-Reuter-Gesellschaft
der Förderer und Freunde der Freien Universität
Berlin e. V.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Walzer, Klaus:
Steurgerechtigkeit: eine entscheidungstheoretische
Interpretation / von Klaus Walzer. — Berlin:
Duncker und Humblot, 1987.
(Volkswirtschaftliche Schriften; H. 370)
ISBN 3-428-06120-9

NE: GT

D 188

Alle Rechte vorbehalten
© 1987 Duncker & Humblot GmbH, Berlin 41
Satz: Hermann Hagedorn GmbH & Co, Berlin 46
Druck: Berliner Buchdruckerei Union GmbH, Berlin 61
Printed in Germany
ISBN 3-428-06120-9

Geleitwort

Wer sich mit dem derzeit geltenden Steuerrecht auseinandersetzt, kann — gleichgültig aus welcher speziellen Richtung er es betrachtet — schwerlich zu dem Ergebnis kommen, es handele sich um ein schlüssiges System, das dem Anspruch nach einer gerechten Lösung des Konfliktes zwischen Staat und Steuerzahler genügt. Es kommt daher nicht überraschend, daß sich gerade in jüngster Zeit vermehrt Stimmen zu Wort melden, die die grundlegende Frage nach einem gerechten Steuersystem stellen und zu beantworten suchen.

Die vorliegende Arbeit unterscheidet sich von anderen vor allem dadurch, daß Verf. diese Diskussion mit Werkzeugen weiterführt, die auch von Philosophen (Ethikern) benutzt werden. In dieser philosophischen Diskussion spielt die Entscheidungstheorie eine herausragende Rolle. Es ist erstaunlich, daß dies bisher weder von Betriebswirten noch von Juristen für die Frage nach der Steuergerechtigkeit ausgewertet worden ist. Die von Rawls entscheidend weiter entwickelte Vertragstheorie, seine Definition des „Urzustandes“ und andere Überlegungen von ihm weisen so verblüffende Ähnlichkeiten mit wirtschaftswissenschaftlichen Denkfiguren auf, daß für die einzelwirtschaftliche Betrachtungsweise, wie sie in der Betriebswirtschaftlichen Steuerlehre gepflegt wird, sich die Übertragung und Prüfung dieser Gedanken anbietet, mehr noch: für dieses Fach und seine Weiterentwicklung dringend notwendig erscheinen. Verf. stellt m. E. überzeugend dar, daß auch und gerade im Fach „Betriebswirtschaftliche Steuerlehre“ die Frage nach der Steuergerechtigkeit aus der Sicht eines einzelnen wirtschaftenden Menschen im „Urzustand“ zu stellen und zu beantworten ist. Die Hoffnung, einige Grundfragen mit einem einheitlichen Konzept schlüssig zu bearbeiten und wesentliche, bis heute äußerst umstrittene Fragen klarer und überzeugender als bisher zu beantworten, ist m. E. Verf. sehr gut gelungen.

Verf. kommt zu klar begründeten, nachvollziehbaren und auch intuitiv plausiblen, oft zwingenden Antworten auf bisher mehr als umstrittene Grundfragen des (Einkommen-)Steuerrechts. Er macht — am Rande — deutlich, wie eng (um nicht zu sagen: engstirnig) manche in der Steuerpraxis zu hörenden Gerechtigkeitsargumente sind. Schon dies allein macht ihren Wert auch in gesellschaftlicher Hinsicht aus. Selbst wer nicht mit allen Ergebnissen und Folgerungen einverstanden ist, muß anerkennen, daß die Arbeit eine sehr eigenständige wissenschaftliche Leistung darstellt, die den Boden für eine Fülle weiterführender Gedanken bereitet. Er wird gezwungen, ebenso klar aus einem Konzept abgeleitete, schlüssige Gegenargumente zu liefern; das fällt schwer. Die Arbeit muß jedem, der nicht bloß Interessenargumente unter der Vokabel „Gerechtigkeit“ verbergen will, dringend zur Lektüre empfohlen werden.

Stb Prof. Dr. Peter Bareis

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis	11
Abbildungsverzeichnis	12
Abkürzungsverzeichnis	13
Notationen	15

Erstes Kapitel

Methodischer Ausgangspunkt: Die Theorie des rationalen Verhaltens 17

A. Grundlegende Begriffe und Symbole	17
I. Mengen und Relationen	17
II. Funktionen und Abbildungen	19
B. Grundtypen wissenschaftlicher Begriffe	19
I. Klassifikatorische Begriffe	20
II. Komparative Begriffe	22
III. Quantitative Begriffe	24
C. Elemente der Entscheidungstheorie	26
I. Formalisierung der Entscheidungssituation	26
II. Entscheidungen unter Sicherheit	28
III. Entscheidungen unter Risiko	29
1. Bernoulli-Prinzip und Risikonutzenfunktionen	30
2. Risikonutzen-Axiomatik	31
IV. Entscheidungen unter Ungewißheit	33
1. Gleichmäßig beste und effiziente Aktionen	33
2. Ausgewählte Entscheidungsregeln	34
a) Maximin-Regel	35
b) Laplace-Regel	36

Zweites Kapitel

Formale Gerechtigkeit 38

A. Steuergerechtigkeit als distributive Gerechtigkeit	38
B. Sprachliche Grundlagen	42

C. Formale Gerechtigkeit als Regelhaftigkeit	44
I. Logische Aspekte der formalen Gerechtigkeit	45
II. Gleichbehandlung und formale Gerechtigkeit	49
III. Universalisierbarkeit und formale Gerechtigkeit	53

Drittes Kapitel

Materiale Steuergerechtigkeit als Entscheidungsproblem 57

A. Rationalität und Gerechtigkeit	58
B. Anwendung der Entscheidungstheorie auf die Wahl von Steuerverteilungs- prinzipien	60
I. Vertragstheorie mit Maximin-Lösung	61
1. Die Rawlssche Grundidee	61
2. Die entscheidungstheoretische Entwicklung	63
3. Das Rawlssche Rechtfertigungsverfahren	68
II. Präferenz-Utilitarismus mit Risikonutzen-Maximierung	73
1. Die Grundidee des Präferenz-Utilitarismus	73
2. Das präferenz-utilitaristische Entscheidungsmodell	74
III. Erweitertes Suppes-Modell: Risikonutzenmaximierung mit Maximin- Restriktion	78
1. Gegenüberstellung von Risikonutzenmaximierung und Maximin-Lö- sung	78
2. Grading Principles of Formal Justice	79
C. Steuergerechtigkeit als komparativer Begriff	87

Viertes Kapitel

Zur entscheidungstheoretischen Begründung eines Leistungsfähigkeitsprinzips 89

A. Ein ethisches Entscheidungsverfahren vom Rawlsschen Typ	89
B. Steuerverteilungsprinzipien	94
I. Sprachregelungen: Steuerverteilungen, Steuerverteilungsprinzipien und Familien	94
II. Darstellung einzelner Familien von Steuerverteilungsprinzipien	97
1. Die Familie der Leistungsfähigkeitsprinzipien	98
2. Die Familie der Äquivalenzprinzipien	103
3. Die Familie der Pauschsteuerprinzipien	104
III. Eine Wahlliste einzelner Steuerverteilungsprinzipien	105

C. Die Entscheidung für ein Steuerverteilungsprinzip	107
I. Hauptgründe für die Wahl der Familie der Leistungsfähigkeitsprinzipien	108
II. Zur Wahl eines speziellen Steuerverteilungsprinzips aus der Familie der Leistungsfähigkeitsprinzipien	111
1. Bemessung der Leistungsfähigkeit	112
2. Ausgestaltung des steuerfreien Existenzminimums	114
3. Beurteilung einer Mehr-Progression	116

Fünftes Kapitel

Steuerbemessung nach dem Einkommen in entscheidungstheoretischer Sicht

120

A. Zur Kontextgebundenheit eines Einkommensbegriffs	120
I. Relationale Verwendung	120
II. Theoretische Verwendung in der älteren Literatur	121
1. Einkommen als Maximand des Wohlstands	122
2. Einkommen als Steuerverteilungsmaßstab	124
B. Einkommensexplikationen	127
I. Hypothetische Einkommensexplikationen	127
1. Brutto-Einkommen	128
2. Netto-Einkommen	128
a) Quellen-Einkommen	128
b) Reinvermögenszugangs-Einkommen	130
c) Einkommen als künftiger dauerhafter und uniformer Entnahmestrom	133
II. Einkommen im Sinne des geltenden Rechts	136
1. Nominaldefinition	138
2. Realdefinition: Notwendige und hinreichende Bedingungen für das Vorliegen von Einkünften	140
a) Tauschwirtschaftliches Kriterium	141
b) Vorteilerzielungsabsicht	142
c) Zurechnung zu einer Einkunftsart	143
3. Ermittlung von Einkünften und Einkommen	143
a) Ermittlungsdualismus	143
b) Verlustausgleich und Verlustabzug	145
C. Die Einkommenswahl im Urzustand	146
I. Der Entscheidungsrahmen	146
II. Grundentscheidungen mit Geltung für alle Einkommensexplikationen ..	147
1. Brutto-Einkommen vs. Netto-Einkommen	147
2. Nominal-Einkommen vs. Real-Einkommen	149

III. Entscheidung für eine spezielle Einkommensexplikation.....	151
1. Vermögenszugangs-Einkommen vs. Quellen-Einkommen	151
2. Vermögenszugangs-Einkommen vs. Einkommen als Entnahmestrom .	152
3. Vermögenszugangs-Einkommen vs. Einkommen nach geltendem Recht	154
D. Die Wahl der Einkommensperiode im Urzustand	155
I. Entscheidung für das Lebens-Einkommen	155
II. Verlustrücktrag oder -vortrag als Approximation einer Lebens-Einkommensbesteuerung	158
III. Durchschnittsbesteuerung als Approximation einer Lebens-Einkommensbesteuerung	163
Literaturverzeichnis	167
Personenregister	176
Sachregister	177

Tabellenverzeichnis

1: Modell zur Wahl zwischen Kopfsteuer und progressiver Steuer	71
2: Einfluß der Risikoeinstellung auf die Wahl von Steuerverteilungen	77
3: Zusammenfassender Vergleich der Ansätze von Rawls und Harsanyi	80
4: Möglichkeitenmatrix im Suppes-Modell	83
5: Berechnung des Risikonutzens	86
6: Nach der Maximin-Regel gleichwertige Steuerverteilungen	93
7: Beziehungsgefüge normativer Sätze im Hinblick auf Steuerverteilungsprinzipien	95
8: Besteuerungsschema mit Freigrenze	114
9: Besteuerungsschema mit Freibetrag	115
10: Grenzsteuerbelastung bei Freibetragsregelung	115
11: Schemata zur Wahl zwischen gleicher und ungleicher personeller Einkommensverteilung nach Steuern	116
12: Abhängigkeit zwischen Steuersatz und Existenzminimum bei konstantem Steueraufkommen und Grund-Progression	117
13: Überführung einer Grund-Progression in eine Mehr-Progression bei konstantem Existenzminimum mit Steuerausfall	118
14: Anpassung einer Mehr-Progression an eine gegebene Grund-Progression durch Verringerung des Existenzminimums ohne Steuerausfall	119
15: Brutto- und Nettoeinkommen	148
16: Beispielhafter Steuertarif	150
17: Beispielhafter laisser-faire Einkommensstrom	153
18: Beispielhafter laisser-faire Einkommensstrom nach Steuern	154
19: Beispielhafte laisser-faire Einkommen verschiedener Jahre	158
20: Möglichkeiten der Verlustverrechnung	160
21: Auswirkungen eines Verlustrücktrags oder -vortrags auf die Einkommensermittlung	160
22: Unterschiedliche Steuerbelastung des laisser-faire Einkommens mit bzw. ohne Verlustabzug bei nicht-linearen Tariffunktionen	162
23: Durchschnittseinkommen	163
24: Durchschnittsbesteuerung	165

Abbildungsverzeichnis

1: Begriffshierarchie „Gerechtigkeit“	41
2: Diagramm Steuer	43
3: Schema Rechtssätze	47
4: Flußdiagramm zum Überlegungsgleichgewicht	70
5: Diagramm zur Relation „ist gerechter als“	82
6: Hasse-Diagramm im Suppes-Modell	84
7: Zusammenhang zwischen Prinzipien, Verteilungen und Familien	97
8: Graph von Tariffunktionen mit Grund- bzw. Mehr-Progression	103
9: Ermittlungszeitraum und -zeitpunkt am Zeitstrahl	132
10: Preisindexierung	133
11: Rente als uniformer Entnahmestrom	134
12: Vermögensentwicklung am Zeitstrahl	156
13: Beispielhafte laissez-faire Einkommen verschiedener Jahre als Balkendiagramm dargestellt	159
14: Auswirkungen eines Verlustabzugs auf die Einkommensermittlung	161
15: Durchschnittseinkommen als Balkendiagramm	164

Abkürzungsverzeichnis

Abs.	= Absatz
abzgl.	= abzüglich
Allg.	= allgemein(er)
Anm.	= Anmerkung
Aufl.	= Auflage
BB	= Betriebsberater (Zeitschrift)
Bd.	= Band
BerlinFG	= Gesetz zur Förderung der Berliner Wirtschaft (Berlinförderungsge- setz) in der Fassung vom 23. Februar 1982
BFH	= Bundesfinanzhof
BStBl. I (II)	= Bundessteuerblatt Teil I (Teil II)
BVerfGE	= Sammlung der Entscheidungen des Bundesverfassungsgerichts
bzw.	= beziehungsweise
DB	= Der Betrieb (Zeitschrift)
ders.	= derselbe (Verfasser)
d. h.	= das heißt
DM	= Deutsche Mark
DStR	= Deutsches Steuerrecht (Zeitschrift)
ed.	= editor
ESt	= Einkommensteuer
EStDV	= Einkommensteuer-Durchführungsverordnung 1981 in der Fassung vom 23. Juni 1982
EStG	= Einkommensteuergesetz 1983 in der Fassung vom 24. Januar 1984
f. (ff.)	= folgende Seite(n)
FA	= Finanzarchiv (Zeitschrift)
FA N. F.	= Finanzarchiv Neue Folge
Fn.	= Fußnote
FR	= Finanzrundschau (Zeitschrift)
gem.	= gemäß
GmbH-Rdsch.	= GmbH-Rundschau (Zeitschrift)
GrS	= Großer Senat des BFH
hrsg.	= herausgegeben
Hrsg.	= Herausgeber
insbes.	= insbesondere
i. S. d.	= im Sinne des
Jg.	= Jahrgang
Nr.	= Nummer
S.	= Seite
sog.	= sogenannt(er)

Sp.	= Spalte
StuW	= Steuer und Wirtschaft (Zeitschrift)
Tz.	= Textziffer
u. E.	= unseres Erachtens
UStG	= Umsatzsteuergesetz vom 26. November 1979
usw.	= und so weiter
Verf.	= Verfasser
vgl.	= vergleiche
Vol.	= volume
vs.	= versus
z. B.	= zum Beispiel
zzgl.	= zuzüglich

Notationen

In den folgenden Festsetzungen verweist die Abkürzung nach dem Semikolon auf die Stelle der erstmaligen Verwendung der erklärten Notation. Die Fundstelle ist abgekürzt. Beispielsweise ist die Abkürzung K1.A.I zu lesen: Erstes Kapitel, Gliederungspunkt A.I.

$=$	gleich; K1.A.I.
\in	ist Element von; K1.A.I.
\Leftrightarrow	ist äquivalent; K1.A.I.
$\{x \mid P(x)\}$	die Menge aller x mit der Eigenschaft P ; K1.A.I.
\subset	ist eine Teilmenge von; K1.A.I.
\cup	Vereinigung; K1.A.I.
\vee	Disjunktion; K1.A.I.
\cap	Schnitt; K1.A.I.
(x, y)	geordnetes Paar; K1.A.I.
$A \times B$	kartesisches Produkt zweier Mengen; K1.A.I.
\neq	ungleich; K1.A.I.
R	Relation; K1.A.I.
\Rightarrow	Implikation; K1.A.I.
$f: A \rightarrow B$	Abbildung von A nach B ; K1.A.II.
$f(x)$	Wert der Abbildung f an der Stelle x ; K1.A.II.
$x \mapsto f(x)$	Pfeilschreibweise für $x = f(x)$; K1.A.II.
$f[T]$	Bildmenge von T unter f ; K1.A.II.
$f^{-1}[U]$	Urbildmenge von U bezüglich f ; K1.A.II.
$g \circ f$	Komposition von Abbildungen; K1.A.II.
\emptyset	leere Menge; K1.B.I.
$\bigcup_{i=1}^{i=n} A_i$	Vereinigung einer Familie von Mengen; K1.B.I.
\neg	logische Negation; K1.B.I.
V	Vorgängerrelation; K1.B.II.
K	Koinzidenzrelation; K1.B.II.
$x < y$	x ist kleiner als y ; K1.B.III.
$x \circ y$	x kombiniert mit y ; K1.B.III.
$f(x) + f(y)$	Summe zweier Zahlen; K1.B.III.
$\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$	Menge einer endlichen Folge von Elementen; K1.C.I.
e_{ij}	Element einer Matrix; K1.C.I.
$e_1 \succ e_2$	e_1 wird vorgezogen e_2 ; K1.C.II.
$e_1 \succsim e_2$	e_1 wird vorgezogen oder ist indifferent e_2 ; K1.C.II.
$e_1 \sim e_2$	e_1 ist indifferent e_2 ; K1.C.II.
$\sum_{i=1}^n$	Summe einer endlichen Folge von Zahlen; K1.C.III.
$u(e)$	Nutzenoperator; K1.C.III.
p	Wahrscheinlichkeit; K1.C.III.

$e_1 p e_2$	einfache Chance; K1.C.III.
(e_{ij})	Ergebnismatrix; K1.C.IV.
$(u(e_{ij}))$	Nutzenmatrix; K1.C.IV.
(a_i)	entscheidungsrelevanter Präferenzwert; K1.C.IV.
$a_i = \min u(e_{ij})$	minimales Element des i -ten Zeilenvektors der Matrix; K1.C.IV.
$\max \min u(e_{ij})$	maximales Element der $\min u(e_{ij})$; K1.C.IV.
$E_1 \times E_2 \times \dots \times E_n$	kartesisches Produkt von n Mengen; K2.B.
R	Menge der reellen Zahlen; K2.B.
O	geboten, deontischer Operator; K2.C.I.
V	verboten, deontischer Operator; K2.C.I.
P	erlaubt, deontischer Operator; K2.C.I.
\forall	Allquantor; K2.C.I.
\wedge	Konjunktion; K2.C.I.
\exists	Existenzquantor; K2.C.II.
$=_p$	gleich bezüglich p ; K2.C.II.
$\sqrt{\quad}$	zweite Wurzel aus; K3.B.II.2
$x \succ y$	x ist gerechter als y ; K3.B.III.2.
E_t	Einkommen der Periode t ; K4.C.II.1.
C_t	Konsum der Periode t ; K4.C.II.1.
S_t	Sparen der Periode t ; K4.C.II.1.
t_1, t_2	Steuersätze; K4.C.II.1.
a	Rentenbetrag; K5.B.I.2.c)
i	Zinssatz; K5.B.I.2.c)
q	$1/(1+i)$; K5.B.I.2.c)
EW	Ertragswert; K5.B.I.2.c)
\lim	Grenzwert; K5.B.I.2.c)
$\text{abs}(x)$	<i>Betrag von</i> x ; K5.D.I.
E	Lebenseinkommen; K5.D.II.
e_t	Einkommen der Periode t ; K5.D.II.
s	linearer Steuersatz; K5.D.II.
$\bar{e}(n)$	Durchschnittseinkommen der Perioden $1, \dots, n$; K5.D.III.

Erstes Kapitel

Methodischer Ausgangspunkt: Die Theorie des rationalen Verhaltens

A. Grundlegende Begriffe und Symbole

Mengen, Relationen, Funktionen und Abbildungen bilden den begrifflichen Hintergrund für eine formalisierte Rekonstruktion des rationalen Verhaltens. Diese grundlegenden Konzepte seien kurz referiert.¹

I. Mengen und Relationen

Unter einer *Menge* wird eine Gesamtheit von wohldefinierten Objekten, im allgemeinen Elemente genannt, verstanden.² Das Adjektiv *wohldefiniert* soll sicherstellen, daß von jedem beliebigen Element durch Überprüfung seiner Eigenschaften festgestellt werden kann, ob es zur fraglichen Menge gehört oder nicht. Wenn A eine Menge ist, deren Elemente x die Eigenschaft P haben, dann ist der Satz: x ist Element der Menge A (formal: $x \in A$) äquivalent dem Satz x hat die Eigenschaft P (formal: $P(x)$), also: $x \in A \Leftrightarrow P(x)$.³

Unter Verwendung dieser Symbolik läßt sich eine Menge A definieren als:
 $A = \{x | P(x)\}$.

Sind A, B Mengen, so bedeutet die Bezeichnung $A \subset B$, daß jedes Element von A auch ein Element von B ist und wird gelesen: A ist *Teilmenge von* B oder A ist in B enthalten.

Sind A, B Mengen, so gibt es eine weitere Menge, deren Elemente zu A und zu B gehören. Sie wird *Schnittmenge* von A und B genannt und geschrieben:
 $A \cap B = \{x \in A | x \in B\}$.

Ferner gibt es eine weitere Menge, deren Elemente wenigstens zu A oder B gehören. Sie wird *Vereinigungsmenge* von A und B genannt und geschrieben:
 $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$.

¹ Die Ausführungen stützen sich im wesentlichen auf Grottemeyer, Lineare Algebra, S. 7ff. sowie Tarski, Mathematische Logik, S. 79-114.

² Beim axiomatischen Aufbau der Mengenlehre wird der Begriff *Menge* als undefinierter Grundbegriff eingeführt.

³ Die aussagenlogischen Junktoren werden als bekannt vorausgesetzt.

Sind A, B Mengen, identisch oder nicht, so existiert zu jedem $x \in A$ und $y \in B$ ein *geordnetes Paar* (x, y) mit x als erster und y als zweiter Komponente. Die Beziehung $(x, y) = (x', y')$ gilt genau dann, wenn $x = x'$ und $y = y'$; insbesondere ist $(x, y) = (y, x)$ genau dann, wenn $x = y$. Das Konzept des geordneten Paares läßt sich auf n Komponenten verallgemeinern und wird dann *geordnetes n -Tupel* genannt.

Die Menge aller geordneten Paare (x, y) mit $x \in A$ und $y \in B$ heißt das *kartesische Produkt* der Mengen A und B und wird $A \times B$ geschrieben und gelesen: *A kreuz B*. Also: $A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ und } y \in B\}$.

Im allgemeinen gilt: $A \times B \neq B \times A$. Die Definition des kartesischen Produkts läßt sich induktiv auf n beliebige Mengen verallgemeinern.

Ein Element x einer Menge A kann mit einem Element y einer Menge B sprachlich zu einer Aussage, die entweder wahr oder falsch ist, verbunden sein, z. B. *x ist größer als y*. Eine solche Aussage definiert eine *binäre oder zweistellige Relation* von A nach B . Steht R z. B. für den verbindenden Aussagenteil *ist größer als*, so wird geschrieben xRy und gelesen: *x steht in Relation R mit y*.

Wird bedacht, daß das kartesische Produkt $A \times B$ die Menge aller möglichen geordneten Paare (x, y) mit $x \in A$ und $y \in B$ ist, so wird deutlich, daß sich eine Relation auch als diejenige Teilmenge des kartesischen Produkts $A \times B$ definieren läßt, für die die Aussage xRy gerade wahr ist.

Eine Relation läßt sich auch äquivalent über den Begriff der Teilmenge definieren: Sind A, B Mengen, so ist jede Teilmenge R des kartesischen Produkts der Mengen A und B ($R \subset A \times B$) eine Relation von A nach B . Ist $(x, y) \in R$, so steht x in der Beziehung R zu y . Es gilt also die Äquivalenz:⁴ $xRy \Leftrightarrow (x, y) \in R$.

Relationen können auf bestimmte Eigenschaften hin untersucht und entsprechend klassifiziert werden. Eine binäre Relation R von A nach A heißt *reflexiv*, wenn xRx für alle $x \in A$ gilt, d. h. wenn jedes Element von A in der Beziehung R zu sich selbst steht, *symmetrisch*, wenn $xRy \Rightarrow yRx$, d. h. wenn x in Relation R mit y steht, dann steht auch y in Relation R mit x , *asymmetrisch*, wenn $xRy \Rightarrow \neg (yRx)$, *antisymmetrisch*, wenn $(xRy \text{ und } yRx) \Rightarrow x = y$, *transitiv*, wenn $(xRy \text{ und } yRz) \Rightarrow xRz$, d. h. wenn x in Relation R mit y und y in Relation R mit z steht, dann steht auch x in Relation R mit z , *konnex*, wenn für zwei beliebige, aber verschiedene Elemente $x, y \in A$ gilt: xRy oder yRx , d. h. wenn die Relation R zwischen zwei beliebigen verschiedenen Elementen zumindest in einer Richtung besteht.

Verschiedene Eigenschaften von Relationen treten oft gruppenweise auf. Hierfür wurden besondere Namen gebildet. Eine binäre Relation in einer Menge A heißt: *Äquivalenzrelation*, wenn sie reflexiv, symmetrisch und transitiv

⁴ Wobei R zwei verschiedene Bedeutungsinhalte hat: Teilmenge von $A \times B$ und verbindender Aussagenteil.

ist, *schwache Ordnungsrelation*, wenn sie reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist, *strikte Ordnungsrelation*, wenn sie asymmetrisch und transitiv ist.

Beispielsweise ist die Gleichheit eine Äquivalenzrelation, die Beziehung *ist größer als oder gleich* eine schwache Ordnungsrelation und die Beziehung *ist größer als* dagegen eine strikte Ordnungsrelation. Genauer genommen sind die zuvor definierten Ordnungsrelationen *partielle* Ordnungsrelationen, da sie nicht konnex sind. Ordnungsrelationen, die auch konnex sind, heißen *totale* Ordnungsrelationen.

II. Funktionen und Abbildungen

Sind A, B Mengen, so nennt man eine Relation, die jedem Element x aus A höchstens ein Element y aus B zuordnet, eine *Funktion* von A nach B .

Dagegen wird eine Relation f von A nach B eine *Abbildung* genannt, wenn zu jedem x aus A genau ein y aus B existiert. Eine Abbildung von A nach B wird auch mit $f: A \rightarrow B$ bezeichnet. A heißt *Definitionsbereich* und B *Bildbereich* von f .

Ist y dasjenige Element aus B , das x unter f zugeordnet wird, so schreibt man $y=f(x)$ oder in Pfeilschreibweise $x \mapsto f(x)$. x heißt ein *Urbild* von y . Dagegen heißt y ein *Bild* von x unter f .

Sei f eine Abbildung von A nach B . Sei T eine Teilmenge von A und U eine Teilmenge von B . Dann heißt die Menge $f[T]=\{f(x)|x \in T\}$ die *Bildmenge* von T unter f und die Menge $f^{-1}[U]=\{x \in A|f(x) \in U\}$ die *Urbildmenge* von U bezüglich f .

Eine Abbildung $f: A \rightarrow B$ heißt: *surjektiv*, wenn $f[A]=B$, *injektiv*, wenn für alle $x, x' \in A$ aus $x \neq x'$ stets folgt $f(x) \neq f(x')$, *bijektiv*, wenn f surjektiv und injektiv ist.

Sei $f: A \rightarrow B$ eine bijektive Abbildung. Dann heißt die Abbildung $f^{-1}: B \rightarrow A$ die zu f *inverse* Abbildung. f^{-1} ist dadurch definiert, daß jedem $y \in B$ ein eindeutig bestimmtes $x \in A$ mit $f(x) = y$ zugeordnet wird.

Seien $f: A \rightarrow B$ und $g: B \rightarrow C$ Abbildungen. Dann heißt die Abbildung $g \circ f: A \rightarrow C$ die *Komposition* von f und g mit $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ für alle $x \in A$.

B. Grundtypen wissenschaftlicher Begriffe

Begriffs- und Theoriebildung bedingen sich gegenseitig. Fortschritte in der letzteren gehen einher mit Fortschritten der ersteren, und umgekehrt.⁵ So hängt die Funktion eines wissenschaftlichen Begriffs „entscheidend von den Beziehun-

⁵ Über diese Zusammenhänge unterrichten ganz vorzüglich Hempel, Begriffsbildung und Stegmüller, Begriffs- und Theoriebildung.