

Beiträge zur Produktions- und Wachstumstheorie

Von

Heinz König

Helmut Reichardt

Carl Christian v. Weizsäcker

Herausgegeben von Prof. Dr. Wilhelm Krelle



VERLAG VON DUNCKER & HUMBLDT
BERLIN 1966

Schriften des Vereins für Socialpolitik
Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
Neue Folge Band 44

SCHRIFTEN
DES VEREINS FÜR SOCIALPOLITIK

Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

Neue Folge Band 44

Beiträge zur Produktions-
und Wachstumstheorie



VERLAG VON DUNCKER & HUMBLOT
BERLIN 1966

Beiträge zur Produktions- und Wachstumstheorie

Von

Heinz König

Helmut Reichardt

Carl Christian v. Weizsäcker

Herausgegeben von Prof. Dr. Wilhelm Krelle



VERLAG VON DUNCKER & HUMBLOT
BERLIN 1966

Alle Rechte vorbehalten

Vorwort des Herausgebers

Der vorliegende Band enthält einen Teil der Referate, die auf den Sitzungen des Theoretischen Ausschusses der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften (Verein für Socialpolitik) am 19./20. 9. 1964 in Kiel und am 21./23. 5. 1965 in Schönau bei Heidelberg vorgetragen wurden. Jedes Referat wurde ausführlich diskutiert; die Diskussionsbemerkungen sind aber nicht gesondert festgehalten, sondern, soweit sie von den Autoren akzeptiert wurden, gleich in die schriftliche Fassung der Referate eingearbeitet.

Leider konnten einige andere Referate nicht in diesen Band aufgenommen werden. Die Autoren wollen ihre Referate noch weiter ausbauen. Sie werden dann später, eventuell an anderer Stelle, veröffentlicht.

Dieser Band zusammen mit dem vorhergehenden („Theorien des einzelwirtschaftlichen und des gesamtwirtschaftlichen Wachstums“, Schriften des Vereins für Socialpolitik, Neue Folge, Band 34, Berlin 1965) zeigt den Schwerpunkt der Arbeiten des Theoretischen Ausschusses in den letzten beiden Jahren an: er lag auf der Produktions- und Wachstumstheorie. Dies ist ja auch das Gebiet innerhalb der Wirtschaftswissenschaften, das in den letzten Jahren international im Vordergrund des Interesses gestanden hat und am stärksten ausgebaut werden konnte. Die vorliegenden Arbeiten sind der Beitrag des Theoretischen Ausschusses hierzu.

Bonn, Herbst 1966

W. Krelle

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Über die Existenz von Produktionsfunktionen	
Von Prof. Dr. <i>Helmut Reichardt</i> , Tübingen	9
Über einige Wachstumsprobleme in Zwei-Sektoren-Modellen bei Faktor- substitutionalität	
Von Prof. Dr. <i>Heinz König</i> , Mannheim	27
Zum Problem der Definition und Existenz optimaler Wachstumspfade bei unendlichem Zeithorizont	
Von Prof. Dr. <i>Carl Christian von Weizsäcker</i> , Heidelberg	49

Über die Existenz von Produktionsfunktionen¹

Von *Helmut Reichardt*, Tübingen

1. Produktionsfunktion, Verbrauchsfunktion, Surrogatfunktion

Gegenstand dieser Betrachtung ist die allgemeine makroökonomische, hochaggregierte Produktionsfunktion, wie sie üblicherweise für die globale Beschreibung ökonomisch empirischer Tatbestände oder für die Formulierung einer uni-sektoralen Distributionstheorie oder Wachstumstheorie verwendet wird, und deren Einführung vor allem auf *Wicksteed*, *Clark* und *Ramsey* zurückgeht². Die Fragestellung ist in dem Sinne metaökonomisch, als nicht nach einer Eignung einer Begriffsbildung für die Beschreibung der ökonomischen Realität gefragt wird, sondern nach dem formalen Inhalt und der Konsistenz dieser Begriffsbildung selbst. Eine gewisse Aktualisierung erfährt dieses Thema einmal durch den intensiven Gebrauch, der von Produktionsfunktionen solcher Art in zahlreichen Referaten und Diskussionen in den vergangenen zehn Jahren in diesem Kreise gemacht wurde, sowie durch einige bemerkenswerte Beiträge, die zu dieser engeren Fragestellung in jüngerer Zeit geleistet wurden.

In seinem großen Aufsatz über die volkswirtschaftliche Produktionsfunktion hat *Streißler* das in Frage stehende Konzept als *Faktorproduktionsfunktion* bezeichnet, um es von den *elementaren Produktionsfunktionen* zu unterscheiden³, welch letztere *technische Verbrauchsfunktionen* bedeuten⁴. Nun kann man sich als Grenzfall, zumindest im Modell,

¹ Dieser Aufsatz gibt im wesentlichen den Inhalt eines Referats wieder, das Verf. am 19. 9. 1964 in Kiel vor dem theoretischen Ausschuß des Vereins für Socialpolitik gehalten hat. Für die lebhafteste, ausführliche und anregende Diskussion, deren Beitrag hier im einzelnen nicht aufgewiesen werden kann, weiß sich Verfasser den Teilnehmern zu großem Dank verpflichtet.

² P. H. *Wicksteed* "A Coordination of the Laws of Distribution" (1894). J. B. *Clark* „The Distribution of Wealth“ (1908). F. P. *Ramsey* „A Mathematical Theory of Saving“, *Economic Journal* (1928). Zu nennen sind hier natürlich auch Ch. W. *Cobb* und P. H. *Douglas* für den Bereich empirisch deskriptiver Anwendung.

³ E. *Streißler* „Die volkswirtschaftliche Produktionsfunktion in dynamischer Betrachtung“, *Zeitschrift für Nationalökonomie* XLX (1959). Nach *Streißler* gehen diese beiden Begriffsbildungen auf *Sagoroff* zurück.

⁴ Vgl. z. B. H. *Albach* „Produktionsplanung auf der Grundlage technischer Verbrauchsfunktionen“, Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen, H. 105 (1962).

eine derart primitive Gesellschaftswirtschaft vorstellen, bei der Faktorproduktionsfunktion und elementare Produktionsfunktion zusammenfallen. Im folgenden soll zur Vereinfachung der Ausdrucksweise die Faktorproduktionsfunktion als *Produktionsfunktion* schlechthin und die elementare Produktionsfunktion als *Verbrauchsfunktion* bezeichnet werden. Es lassen sich dann vier typische Verwendungsweisen der Produktionsfunktion in der ökonomischen Analyse unterscheiden, die man als *heuristisch*, als *approximativ*, als *aggregativ* und als *surrogativ* bezeichnen kann.

Den „klassischen“, heuristischen Gebrauch von der Produktionsfunktion macht man in der uni-sektoralen Distributionstheorie und Wachstumstheorie. Eine Art homogener Arbeit A und eine Art homogenen Kapitals (*capital jelly*) K sind die Argumente einer Produktionsfunktion

$$(1) \quad y = F(A, K)$$

in einem entsprechend primitiven Modell. Diese Konzeption ist meta-ökonomisch unproblematisch. Erst differenziertere Fragestellungen können hinsichtlich der Spezifizierung der Produktionsfunktion mathematische Probleme aufwerfen⁵.

Die lange Reihe der empirischen Arbeiten zur *Cobb-Douglas-Funktion* mag den approximativen Gebrauch der Produktionsfunktion illustrieren. Auch hier erhebt sich kein metaökonomisches Problem. Die oft unüberwindlichen Schwierigkeiten liegen in der Interpretation der empirischen Aggregate und Relationen⁶.

Interpretiert man hingegen im Rahmen einer Modellwirtschaft die Produktionsfunktion als direktes Aggregationsergebnis über Verbrauchsfunktionen, dann erhebt sich ein echtes metaökonomisches Problem. Kann in konsistenter Weise ein disaggregierter, aus vielen Einzelprozessen mit qualitativ verschiedenen Kapitalgütern zusammengesetzter komplexer Produktionsprozeß zu einer Produktionsfunktion zusammengefaßt werden? Über den derzeitigen und in einem gewissen Sinne abgeschlossenen Stand der Diskussion wird kurz im nächsten Abschnitt berichtet werden.

Schließlich wurde in jüngster Zeit das metaökonomische Problem einer Produktionsfunktion von *Samuelson*⁷ noch anders formuliert. Ein bezüglich der Produktion disaggregiertes Wirtschaftsmodell wird

⁵ Vgl. J. B. Ramsey (a. a. O.). S. Chakravarti "The Existence of Optimum Savings Program", *Econometrica* 30 (1962). C. Ch. von Weizsäcker „Wachstum, Zins und optimale Investitionsquote“ (1962).

⁶ Insbesondere haben W. Krelle und G. Bombach diese Probleme diskutiert. Vgl. z. B. Schriften des Vereins für Socialpolitik N. F. 13 u. 15 (1957) und (1959).

⁷ P. S. Samuelson "Parable and Realism in Capital Theory", *Review of Economic Studies*, XXIX (1962).

gewisse, z. B. verteilungsrelevante ökonomische Relationen bestimmen. Läßt sich dann als Surrogat für dieses disaggregierte Produktionsmodell eine Produktionsfunktion (*Surrogatfunktion*) bestimmen, die zu den gleichen ökonomischen Relationen führt? Einige Betrachtungen zu diesem Konzept bilden das Hauptanliegen dieses Aufsatzes.

2. Direkte Aggregation

In radikaler Weise wurde das formale Problem der Aggregation von Verbrauchsfunktionen zu einer Produktionsfunktion erstmalig von *Leontief* gestellt⁸. Man fragt im einfachsten Fall nach den Bedingungen, um die Funktion

$$Y = f(X_{11}, \dots, X_{1n_1}, \dots, X_{m1}, \dots, X_{mn_m}),$$

in der Form

$$Y = F(X_1, \dots, X_m)$$

mit

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1(X_{11}, \dots, X_{1n_1}) \\ &\dots\dots\dots \\ X_m &= X_m(X_{m1}, \dots, X_{mn_m}) \end{aligned}$$

darstellen zu können. Notwendig und hinreichend dafür ist, daß die Verhältnisse der Grenzerträge bezüglich der inputs einer Gruppe von den inputs anderer Gruppen unabhängig sind, in Formeln also

$$(f_{x_{rj}} / f_{x_{rk}})_{x_{qi}} = 0 \quad r \neq q \quad)$$

Dieses von *Leontief* so benannte Theorem der (schwachen) *funktionalen Separabilität* war der Ausgangspunkt einer inzwischen zu einem gewissen Abschluß gekommenen Analyse formaler Aggregationsprobleme, die in einem jüngst erschienenen Buch von *Green* eine systematische Darstellung gefunden hat¹⁰.

Um die dortigen Ergebnisse auf das hier anstehende Aggregationsproblem anzuwenden, werde als typischer Fall ein disaggregiertes Produktionsmodell betrachtet, das aus einer Reihe von individuellen Verbrauchsfunktionen besteht,

$$Y_s = f_s(A_s, K_{s1}, \dots, K_{sn}), \quad s = 1, \dots, n.$$

⁸ W. W. *Leontief* „A note on the interrelation of subjects of independent variables of a continuous function with continuous first derivatives“, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 53 (1947).

⁹ Partielle Ableitungen werden in diesem Aufsatz durch Indizierung mit derjenigen Variablen bezeichnet, nach der abgeleitet wurde.

¹⁰ H. A. T. *Green* „Aggregation in Economic Analysis“ (1964).